CONCOURS SPECIAL DE RECRUTEMENT AUX GRANDES ECOLES SCIENTIFIQUES Session de 1974

CALCUL NUMERIQUE

Il est recommandé de soigner la présentation et de donner les détails des calculs.

Dans le paragraphe A, on donne l'ébauche d'un programme permettant d'utiliser une machine pour réaliser les perspectives coniques dites "perspectives des architectes". Les expressions du texte ont leur sens commun. On acceptera les formules de ce paragraphe sans les démontrer ni les vérifier.

A - DONNEES :

Les points m de l'objet sont donnés par leurs coordonnées (x, y, z) relativement à un repère orthonormé Oxyz de vecteurs de base $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$. L'axe Oz a le sens de la verticale ascendante du lieu. S est un point fixe appelé "point de vue" et (T) est le plan perpendiculaire en O à OS. A tout point m de l'espace-objet, on fait correspondre le point M du plan (T), intersection de Sm et de (T).
(T) est le tableau ; M est l'image de m ; O est le point de fuite principal. m et M peuvent éventuellement être à l'infini.

L'image est rapportée à un repère orthonormé OXYZ de même orientation que Oxyz et de vecteurs unitaires $\vec{I}$, $\vec{J}$, $\vec{K}$. ; $\vec{K}$ a le sens de $\overrightarrow{OS}$; $\vec{J}$ fait un angle aigu avec $\vec{k}$; $\vec{I}$ est horizontal. On considère aussi les coordonnées sphériques du point S associées au repère Oxyz : φ , θ , ρ .

Avec ces notations on établit les formules suivantes :

$\overrightarrow{Om} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$; $\overrightarrow{OM} = X\,\vec{I} + Y\,\vec{J}$; $\overrightarrow{OS} = \rho\,\vec{K} = a\,\vec{i} + b\,\vec{j} + c\,\vec{k}$.

$\vec{K} = \alpha\,\vec{i} + \beta\,\vec{j} + \gamma\,\vec{k}$; $\alpha = \sin\theta . \cos\varphi$, $\beta = \sin\theta . \sin\varphi$; $\gamma = \cos\theta$

La matrice de changement de repère est :

$$\mu = \begin{pmatrix} -\sin\varphi & -\cos\varphi . \cos\theta & \cos\varphi . \sin\theta \\ \cos\varphi & -\sin\varphi . \cos\theta & \sin\varphi . \sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

et enfin :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \mu \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \quad ; \quad X = \frac{\rho x_1}{\rho - z_1} \qquad Y = \frac{\rho y_1}{\rho - z_1}$$

(x_1 , y_1 , z_1) coordonnées de m dans le repère OXYZ.

B - TRAVAIL DEMANDE :

. I .

1°) Vérifier que la matrice μ est orthogonale droite ($\det \mu = +1$) ; Quelle est son inverse ?

2°) On suppose que $\cos \varphi . \sin \theta \neq 0$. Vérifier que le vecteur-colonne de composantes scalaires:

$$\frac{1 - \sin \varphi}{\cos \varphi} \qquad 1 \qquad \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$$

est vecteur propre de la matrice ; quelle est la valeur propre associée ?

. II .

On fera les calculs demandés dans ce paragraphe avec la précision des tables usuelles ; les résultats seront ensuite arrondis à 4 chiffres après la virgule par excès ou par défaut. Calculer la distance ρ et les éléments de la matrice μ pour les valeurs suivantes de a, b, c.

$a = 3,75 \qquad b = 1,07 \qquad c = 2,25$

. III.

On fera les calculs demandés dans ce paragraphe avec la règle. a, b, c ont les valeurs du paragraphe II, c'est dire qu'on utilisera les valeurs de ρ et de μ trouvées ci-dessus, donc contrôlées.

1°) Calculer les composantes scalaires des vecteurs propres réels et unitaires de la matrice μ.

2°) Organiser sous forme de tableau à double entrée, le programme de calcul des coordonnées (X, Y) du point image M, connaissant les coordonnées (x, y, z) du point objet m.

3°) Utiliser le tableau précédent pour calculer les couples (X, Y) dans les cas suivants :

a. - (x, y, z) sont les composantes scalaires trouvées en III 1° ;

b. - (x, y, z) sont les coordonnées des sommets du cube, ensemble des points tels que :

$0 \leqslant x \leqslant 0,47 \qquad 0 \leqslant y \leqslant 0,47 \qquad 0 \leqslant z \leqslant 0,47$

4°) Dans le tableau (T) les arêtes du cube (paragraphe III 3° b) ont des images qui se recoupent en des points autres que les images des sommets ; calculer les coordonnées de ces points.

A la fin de chaque paragraphe, mettre les réponses en évidence, par exemple en les encadrant.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail